

Daniela Berechet

Florian Berechet

METODE ARITMETICE DE REZOLVARE A PROBLEMELOR LA CLASELE MICI

- **detalierea fiecărei metode didactice**
- **modele de rezolvare și abordări diverse pentru aceeași problemă matematică**
- **rezolvarea unor probleme cu grad sporit de dificultate**
- **exerciții aplicative propuse**

Editura Paralela 45

CUPRINS

Cuvânt introductiv	5
Capitolul I. Probleme simple.....	7
Capitolul II. Probleme compuse	9
Capitolul III. Metoda reducerii la unitate. Regula de trei simplă	13
Capitolul IV. Metoda figurativă sau grafică	17
A. Aflarea numerelor, știind suma și diferența lor	17
B. Probleme de aflare a mărimilor, cunoscând suma/diferența și raportul lor	20
C. Aplicații diverse cunoscând suma/diferența/raportul numerelor.....	23
D. Probleme cu date sau mărimi discrete	25
Capitolul V. Metoda falsei ipoteze.....	28
Capitolul VI. Metoda comparației sau aducerii la același termen de comparație. Probleme de egalare a datelor	32
Capitolul VII. Metoda substituției. Probleme de eliminare prin înlocuire	35
Capitolul VIII. Metoda mersului invers (metoda retrogradă).....	38
Capitolul IX. Probleme de numerație	42
Capitolul X. Probleme de mișcare	45
Capitolul XI. Probleme cu conținut de geometrie.....	50
A. Triunghiul.....	50
B. Pătratul și dreptunghiul.....	53
C. Cubul și cuboidul	56
Capitolul XII. Probleme cu unități de măsură.....	59
Capitolul XIII. Probleme combinate și non-standard	65

Capitolul XIV. Probleme rezolvate.....	68
Probleme compuse.....	68
Metoda figurativă sau grafică.....	68
Metoda falsei ipoteze.....	86
Metoda comparației sau aducerii la același termen de comparație. Probleme de egalare a datelor.....	88
Metoda mersului invers (metoda retrogradă).....	91
Probleme de numerație.....	93
Probleme de mișcare.....	108
Probleme cu conținut de geometrie.....	108
Probleme cu unități de măsură.....	111
Probleme combinate și non-standard.....	113



CUVÂNT INTRODUCATIV

Prezenta lucrare este destinată tuturor celor implicați direct în predarea-învățarea matematicii, în rezolvarea temelor de clasă și a celor de acasă, conținutul vizând metodele aritmetice de rezolvare a problemelor.

Lucrarea abordează toate tipurile de probleme matematice, fiecare tip fiind explicat, cu trimitere la diverse căi de abordare. La finalul fiecărui capitol se oferă exerciții aplicative, însoțite de modele de lucru detaliate.

Acum, mai mult ca oricând, la debutul în mica școlaritate, înșiși părinții au emoția și dorința de a-și educa în spirit modern propriii copii, îndeosebi dacă sunt la prima încercare în acțiunea instructiv-educativă. Metodele și procedeele de abordare a matematicii la orele de curs reclamă a fi continuate, susținute și de familie, astfel ca elevul să fie lămurit pe deplin, să-și modifice potențiala „aversiune” față de o disciplină indezirabilă într-o plăcere, necesitate, ambiție de a fi cu mâna pe sus: Știu, doresc să explic eu sau să ies la tablă!

Devenirea unui copil este aidoma cu învățarea primilor pași, care urmează mersului „de-a bușilea”: odată ce dascălul și părintele oferă sprijin la „mersul în echilibru”, metaforic vorbind, deplasarea devine independentă, chiar artistică (fără teamă sau numărarea fiecărui pas), iar ceea ce urmează este o alergare ușoară, de viteză sau de rezistență spre... idealul matematic.

Revenind la temă: părinților, copiilor și chiar educatorilor li se pune la dispoziție o paletă extinsă de abordare aritmetică, așa cum reclamă clasele mici (și nu algebrică, „băbească” sau oferind direct răspunsul nemotivat).

Acolo unde a fost cazul, s-au etalat toate posibilitățile de rezolvare a problemelor matematice, chiar și punerea într-o expresie (succesiune logică de operații aritmetice), urmată de solicitarea alcătuirii unor situații-problemă similare.

La cererea expresă a multor părinți și a unor cadre didactice, am inserat (conform fiecărui gen de probleme) rezolvarea explicită a unor aplicații matematice cu grad sporit de dificultate din secvența SUPERMATE a *Caietului de lucru, clasa a IV-a, Paralela 45*.

Beneficiari (mici și mari),

o familie de învățători-autori de auxiliare didactice încearcă să vă surprindă în mod cât mai plăcut, cu o nouă lucrare, nu doar de inițiere sau dezvoltare, ci chiar de aprofundare-extindere-excelență într-un segment de învățare riguros, dar și frumos, numit MATEMATICĂ!

Autorii

CAPITOLUL I. PROBLEME SIMPLE



Se numesc astfel deoarece nu presupun un plan de rezolvare. Întrebarea problemei este cea căreia i se caută un răspuns, în urma identificării unei singure operații aritmetice adecvate.

Ținând seama că gândirea elevului de 6-7 ani este concretă, primele astfel de probleme se abordează prin acțiuni executate de copii. Apoi se avansează la stadiul semiconcret, în care ilustrațiile din auxiliare generează întrebări despre: sumă (total), cu cât mai mare sau cu cât mai mic, de câte ori, află dublul sau doimea etc.

În faza ultimă – nivelul abstract – se expune o situație-problemă inteligibilă, căreia i se atribuie o întrebare, cerință ce trebuie îndeplinită.



Exemplul 1:

Antonia are 5 creioane colorate. Împrumută două dintre ele Dariei. Câte creioane îi mai rămân?

- Se iau: bețișoare, boabe, bile pe numărătoare sau chiar... degete. A împrumuta/a da/a oferi două înseamnă a scădea, a micșora cu 2, adică operația: $5 - 2 = 3$.
- Se poate întreba: de ce restul este 3?/de ce rămân 3?
- Răspunsul vine ca probă a scăderii: deoarece știm că $3 + 2 = 5$.



Exemplul 2:

Dănuț a avut 4 nuci și mai primește încă 3. Câte nuci are în total?

- Putem avea la îndemână asemenea fructe pe care le alăturăm, constatând un rezultat.
- Pe tabla magnetică se fixează atâtea buline câte nuci a avut băiatul. Altceineva mai adaugă 3 buline și se numără toate. Operația de adunare ce se conturează, $4 + 3$, conduce la suma (totalul) 7.
- Se mai poate solicita compunerea altor probleme după operația $4 + 3$ sau modificând numerele antrenate în relație.



Exemplul 3:

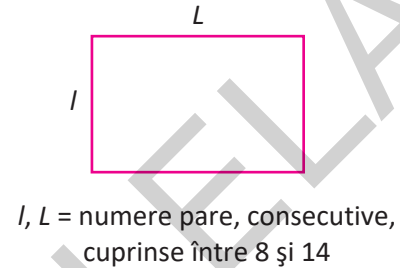
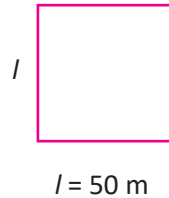
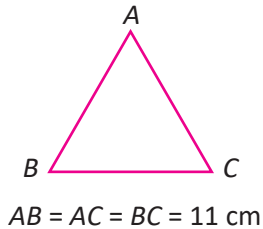
Radu și Florin sunt filателиști pasionați. Colecțiile lor numără 190, respectiv 380 de timbre. Cu ce întrebări se poate completa enunțul, astfel ca problema să fie etichetată ca simplă?

- a) Compară numărul de timbre ale copiilor.
- b) Cu câte timbre are mai puține Radu decât Florin?
- c) De câte ori este mai mare colecția lui Florin decât cea a lui Radu?
- d) Câte timbre însumează cei doi filателиști?

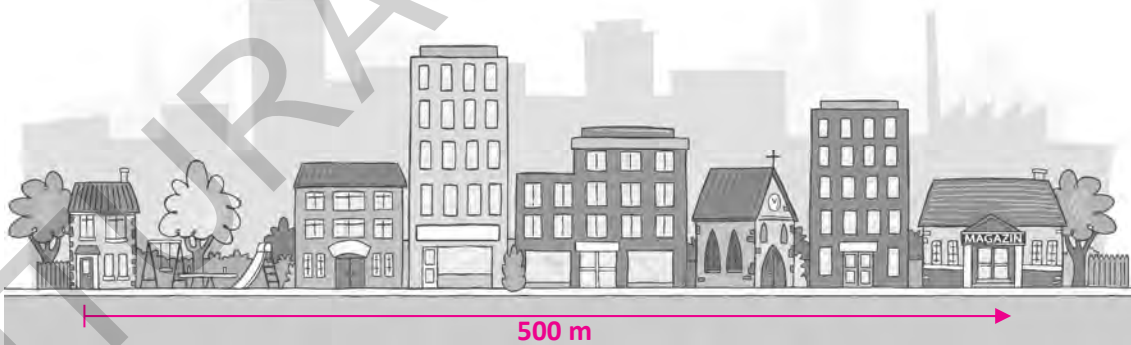


Propuneri de probleme simple

1. Însușește numerele impare, cel mult egale cu 5.
2. Ce cantitate de apă se află în 4 butoaie de câte 200 l? Află prin adunare sau prin înmulțire.
3. Află perimetrele (suma tuturor laturilor) formelor plane ilustrate.



4. Care este diferența dintre „vecinii” oricărui număr natural? Oferă minim un exemplu.
5. Se dau numerele 600 și 60. Cu cât sau de câte ori primul este mai mare decât al doilea?
6. Într-un spațiu comercial erau 32 de bureți de spălat vase, ambalați câte 4. De câte punguțe a fost nevoie ca să fie expuși la vânzare?
(Sunt 3 căi de rezolvare: desen; scădere repetată; împărțire.)
7. De acasă până la primul magazin, George are de parcurs 500 m. El merge și cumpără ceva, se întoarce acasă, dar își dă seama că a uitat să cumpere un produs și se întoarce la magazin. Câți kilometri realizează în total după cumpărături?



8. Dacă un ceas o ia înainte cu un sfert de oră pe zi, câte minute are în avans într-o săptămână?
9. Știind că mărimile laturilor unui triunghi oarecare sunt reprezentate de numere impare consecutive, cel mult egale cu 11, e posibil ca perimetrul acestuia să fie 30 cm?
10. Dacă pentru 1 kg de brânză sunt necesari 5 l de lapte, din 2 dal și jumătate de materie primă vor rezulta kg de brânză.

CAPITOLUL II. PROBLEME COMPUSE



Rezolvarea problemelor de acest fel implică aplicarea a două metode de abordare: **analitică** și **sintetică**, mult mai uzitată în practică fiind cea de-a doua.

I. Metoda analitică presupune descompunerea problemei în altele mai simple, pornind de la întrebarea problemei date.

Din două date cunoscute se determină valoarea unei mărimi, apoi, cu acest rezultat și altele știute se alcătuieste o nouă problemă simplă; se procedează astfel, până când întrebarea ultimei probleme simple generate coincide cu întrebarea finală a problemei compuse date.

Exemplul 1:



Ce rest primește Maria de la 100 lei, dacă ea cumpără trei caiete și două pixuri, știind că prețul caietului este 2 lei, iar al pixului 4 lei?

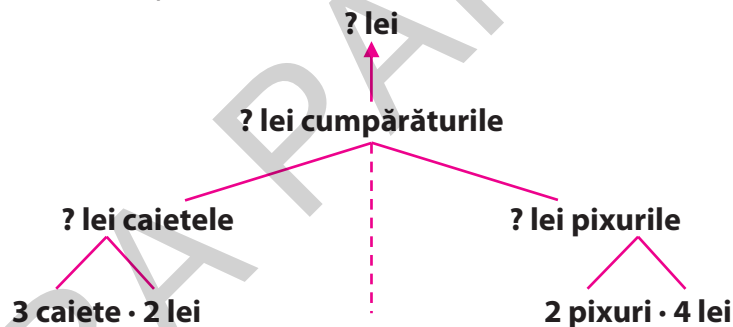
a) Putem afla dintr-odată ce rest primește Maria? (nu)

De ce? (nu cunoaștem valoarea caietelor și a pixurilor cumpărate)

Se poate determina valoarea caietelor? (da, știind câte erau și prețul fiecăruia)

La fel vom proceda și pentru pixuri, apoi cumpărăturile și restul primit.

b) Concomitent cu examinarea problemei, asemenea demersului anterior, se realizează schema:



Deși metoda sintetică este mai accesibilă celor mici, are inconvenientul că nu solicită maximal gândirea ori poate genera întrebări care nu permit continuarea rezolvării spre ținta cerută.

II. Metoda sintetică de abordare este uzitată preponderent în predare-învățare, ceea ce presupune și alcătuirea unui plan (succesiune de întrebări și operații aritmetice care converg spre răspuns).

Plan de rezolvare:

a. Cât costă cele 3 caiete?

$$3 \cdot 2 = 6 \text{ lei}$$

b. Cât costă pixurile?

$$2 \cdot 4 = 8 \text{ lei}$$

c. Cât valorează cumpărăturile efectuate?

$$6 + 8 = 14 \text{ lei}$$

d. Ce rest primește Maria?

$$100 - 14 = 86 \text{ lei}$$

R: 86 lei rest



Observații:

- Pentru a câștiga timp, pentru ca elevul să nu aibă aversiune la scris mult și pentru a se oferi șansa rezolvării mai multor probleme pe unitatea de timp, am recurs la un demers didactic concis, întrebările din plan fiind substituite cu detalierea/concretizarea rezultatelor parțiale.

Exemplu:

$$3 \cdot 2 = 6 \text{ lei (3 caiete)}$$

$$2 \cdot 4 = 8 \text{ lei (2 pixuri)}$$

$$6 + 8 = 14 \text{ lei (cumpărăturile)}$$

$$100 - 14 = 86 \text{ lei (rest)}$$

- Transpusă într-un singur exercițiu, efectuarea problemei anterioare reclamă scrierea:
 $100 - (3 \cdot 2 + 2 \cdot 4) =$
- Modelul rezultat poate fi suport în alcătuirea unor probleme matematice de felul:
 - a. Scade din 100 suma produselor $3 \cdot 2$ și $2 \cdot 4$. Cât obții?
 - b. Cu cât este mai mare 100 față de triplul lui 2 însumat cu dublul lui 4?
 - c. S-a ambalat ciment în 3 pungi a câte 2 kg și în 2 pungi a câte 4 kg. Ce cantitate a rămas neambalată din rezerva de 1 q (100 kg)?



Exemplul 2:

Cu cât este mai mică treimea față de triplul celui mai mare număr de unități?
Reprezintă grafic situația detaliată.

I. 9 este numărul maxim de unități

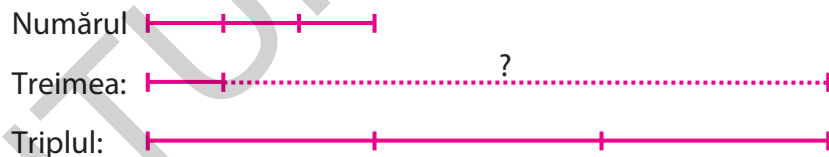
II. $9 : 3 = 3$ (treimea)

III. $3 \cdot 9 = 27$ (triplul/întreitul)

IV. $27 - 3 = 24$ (diferența)

- Expresia numerică: $3 \cdot 9 - 9 : 3 =$

- Reprezentarea grafică:



Compunere de probleme asemănătoare:

1. Micșorează întreitul lui 9 cu a treia parte a acestuia.
2. Un atlas costă cât 3 cărți de 9 lei, iar în locul unei cărți se pot achiziționa 3 echere. Cu cât este mai scump atlasul față de un echer?

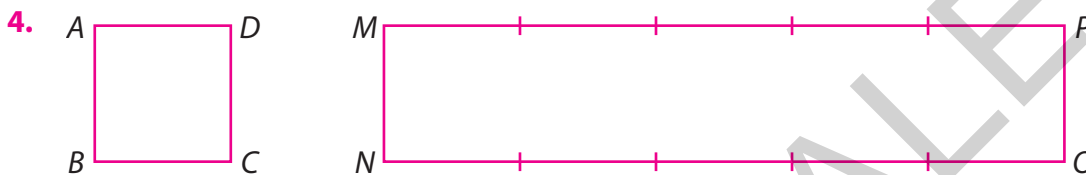


Propuneri de probleme compuse

1. Lucian este cu 3 ani mai mare față de Ana-Maria și cu 4 ani mai mic decât fratele său, Narcis. Însurează vârstele copiilor, cunoscând că mezinul are un deceniu.

2.
$$\begin{cases} x + y = 102 \\ x - y = 94 \end{cases} \cdot \quad x, y = ?$$

3. Mă gândesc la un număr. Din el scad câtul numerelor 98 și 7, apoi produsul dintre 65 și 4 și obțin 321. Numărul inițial este ...



Suma laturilor unui pătrat este 116 m, latura acestuia fiind egală cu lățimea dreptunghiului alăturat. Observând că $L = 5l$, determină perimetrul formei plane $MNOP$.

Notă: Comparând atent perimetrele, problema se poate efectua și dintr-o înmulțire, ea devenind... simplă!

5. — Tată, zice Ninel, am calculat că peste 5 ani vom avea împreună... un secol!
— Da, confirmă mama, dar cât însumau vârstele noastre în urmă cu 5 ani?

6. Dacă
$$\begin{cases} a + b = 120 \\ b + c = 180 \\ a + c = 200 \end{cases} \text{ , atunci } a, b, c = ?$$
 R: 70, 50, 130.

7. Cartea mea de matematică are 65 de file. Câte cifre s-au folosit pentru numerotarea paginilor ei?

8. Bunica mea are o pensie de 1000 de lei. Cu $\frac{1}{6}$ a achitat gazele și energia electrică, iar cu $\frac{2}{10}$ din rest mi-a făcut un cadou la aniversare. Ce sumă i-a rămas pentru alte cheltuieli?

9. Din apa colectată în 4 butoaie a 2 hl, bunicul udă 15 pomi cu câte 2 găleți (fiecare de 1 dal), iar restul o distribuie în mod egal pe 10 rânduri de legume. Câți litri de apă se consumă pentru fiecare rând de legume? R: 50 l.

10. Fie numerele 2300 și 5. Efectuează cu ele toate operațiile aritmetice și însurează rezultatele.

Ai obținut:

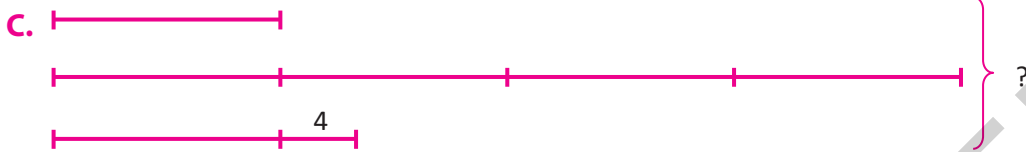
- a. 2305; b. 16100; c. 16560; d. un alt răspuns.



Compune câte o problemă după fiecare solicitare/model/schemă

A. $3 \cdot 100 - (240 + 240 : 8) =$

B. Alcătuieste o problemă care să se rezolve prin 3 operații aritmetice diferite.

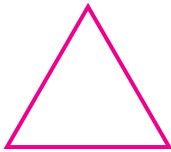


E. $a + b = \square$; $b + c = \square$; $a + b + c = \square$.

$b = ?$

F. $[(123 + 123 \cdot 4) : 5] - (16 \cdot 7) =$

G.



$l_{\Delta} = \dots \text{ mm}$



$P_{\text{dreptunghi}} = 3 \cdot P_{\Delta}$



$P_{\text{pătrat}} = \frac{1}{2} \cdot P_{\text{dreptunghi}}$

$A_{\text{pătrat}} = ?$

